

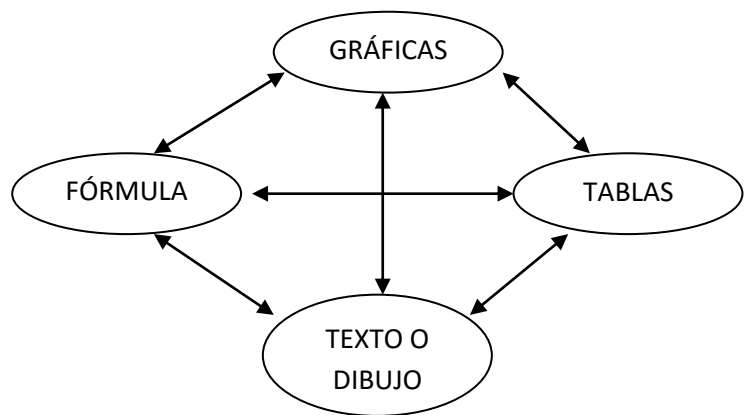


Existen multitud de fenómenos en nuestra vida cotidiana en los que aparecen relacionadas dos magnitudes:

- El precio de un billete en un medio de transporte y la distancia o tiempo de duración de un viaje.
- El precio de un kilo de fruta o carne y el número de kilos que compramos.
- La duración de un trayecto y la velocidad a la que vamos.

UNA **FUNCIÓN** ES UNA RELACIÓN ENTRE DOS MAGNITUDES DE FORMA QUE A UN VALOR DE UNA (**VARIABLE INDEPENDIENTE**) LE HACEMOS CORRESPONDER, COMO MUCHO, UN ÚNICO VALOR DE LA OTRA (**VARIABLE DEPENDIENTE**).

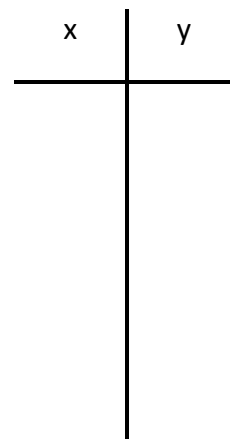
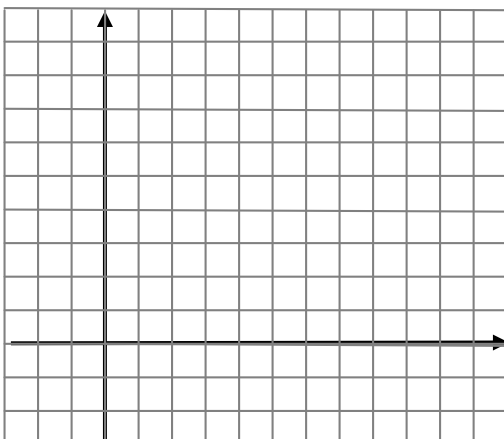
Las funciones se pueden expresar de varias formas y hay que saber transformar unas en otras:



Vamos a representar unas cuantas funciones que tienen una forma similar:

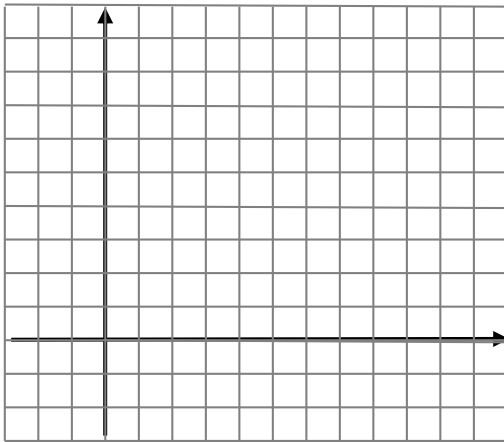
- *Se abre un grifo en un depósito de 80 litros y su contenido empieza a modificarse de esta manera:*

$$\text{Contenido del depósito} = 80 - 5 \cdot \text{Tiempo}$$

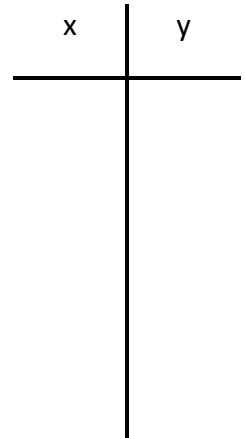




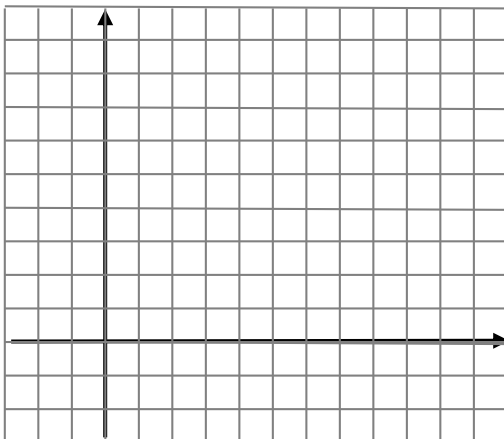
- El sueldo de una persona es de 20 € fijos por día y 10 € más por cada pieza que venda.



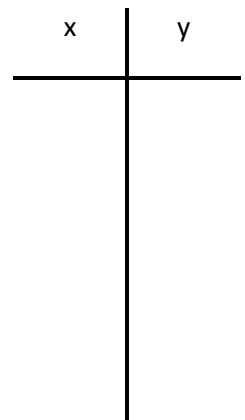
Sueldo =



- El peso de una lata de producto químico es igual al peso de la lata vacía (400 gr) al que se añade el peso de cada litro producto que contenga (100 gr.)



Peso (lata llena) =



UNA **FUNCIÓN LINEAL** ES AQUELLA EN LA QUE LA RELACIÓN ENTRE LAS DOS VARIABLES VIENE DADA POR LA FÓRMULA:

$y = f(x) = m \cdot x + n$	<i>X= variable independiente</i> <i>Y= variable dependiente</i>
	<i>m= pendiente de la recta (si es positivo será creciente y si es negativo, decreciente). La pendiente indica cuánto crece o decrece la variable Y cuando X crece una unidad.</i>
<i>n = ordenada en el origen, es decir, el punto donde la recta corta al eje Y.</i>	
LA REPRESENTACIÓN DE LAS FUNCIONES LINEALES SON SIEMPRE RECTAS	



Algunos ejemplos de funciones afines:

- I. Gasto = $500 + 200 \cdot \text{número de viajes}$
- II. Coste del alquiler del vídeo = $7000 \cdot \text{meses} - 7000$
- III. Contenido del depósito = $200 - 5 \cdot \text{tiempo}$
- IV. Valor del libro = $300 + 10 \cdot \text{Número de páginas}$

Identificando la fórmula: Completa la tabla siguiente tomando como referencia las funciones del ejemplo anterior:

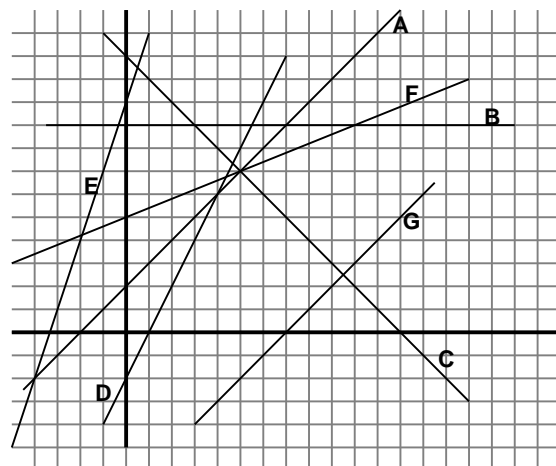
	Variable y	Variable x	Parámetro m	Parámetro n	Fórmula
I					
II					
III					
IV					

Con la pista de la trayectoria: Adivina las fórmulas de las siguientes funciones afines:

Situación	Fórmula algebraica
<ul style="list-style-type: none"> • Es una recta que pasa por el eje Y a una altura de -3 y que asciende de dos en dos. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Es una recta que corta en el eje Y por debajo, en la ordenada -2, y que sube con una pendiente de 5. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Es una recta que pasa por el origen de coordenadas y que desciende de uno en uno. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Es una recta que corta al eje en el punto (0,5) y que cada tres unidades baja siempre una. 	

Cada recta con su fórmula:

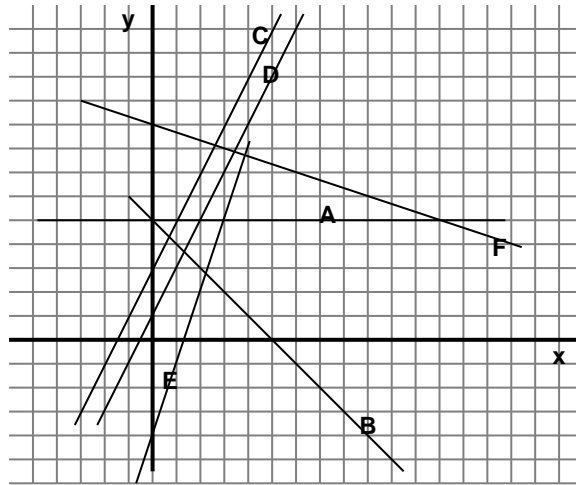
RECTA	Fórmula
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	





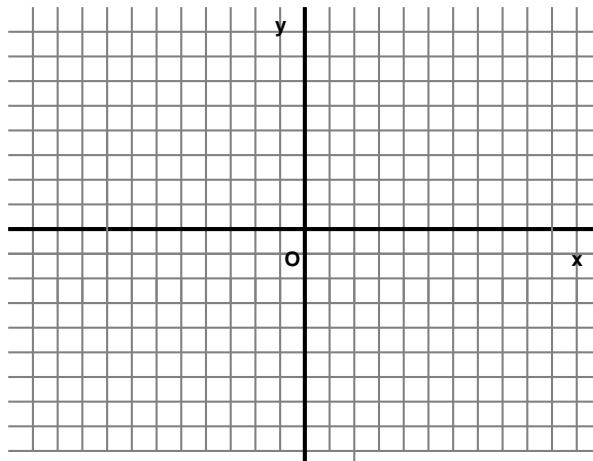
Cada fórmula con su recta: Indica cuál es la recta que corresponde a cada función:

RECTA	Fórmula
	$y = 2x + 3$
	$y = 2x + 1$
	$y = 5$
	$y = -x + 5$
	$y = 3x - 4$



Dibujando con lógica: Dibuja las rectas que corresponden a las siguientes funciones:

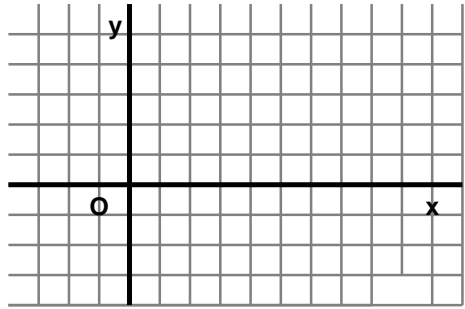
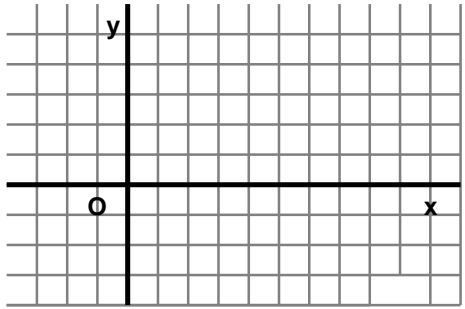
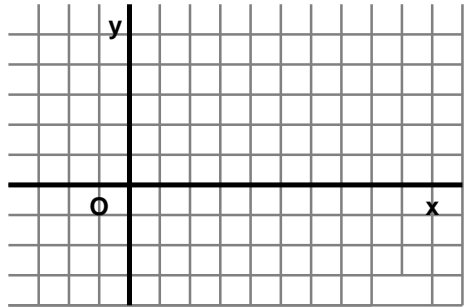
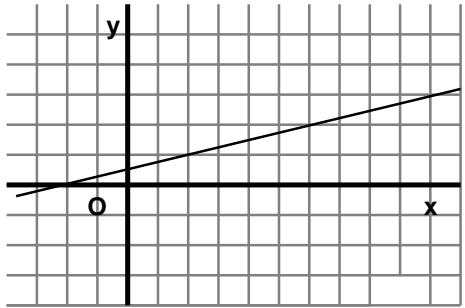
R.	Fórmula
	$y = 2x + 3$
	$y = \frac{1}{2}x + 1$
	$y = -5$
	$y = 3x$
	$x = 2$
	$y = 3x - 4$



Pendientes: Dibuja las distintas rectas y escribe la fórmula de cada una:

<p>Tiene pendiente 1 y pasa por el punto (0,2)</p>	<p>Tiene pendiente -1 y pasa por el (2,0)</p>



<p>Tiene pendiente nula y pasa por el (2,-2)</p>	<p>Pasa por el origen de coordenadas con pendiente $\frac{1}{4}$</p>
	
<p>Tiene pendiente -4 y pasa por el (1,-4)</p>	<p>Pasa por el (-2,-4) y es paralela a S</p>
	

Otra manera de ver las fórmulas: Describe lo que sepas de estas funciones lineales cuya fórmula viene dada sin "despejar" la "y":

$y + 2x = 18$	$2y = 4x - 8$	$6y - 2x = 24$

Dibujando funciones: Dibuja las dos rectas que vienen más abajo calculando una serie de puntos por medio de una tabla. Antes de dibujar conviene que respondas a las siguientes preguntas:

- Si sabes que es una función afín, ¿cuántos puntos necesitarás calcular como mínimo?:
- ¿Por qué se dice que conviene calcular un punto más que sirva para comprobar?:



Recta I: $4y + 5x = 40$

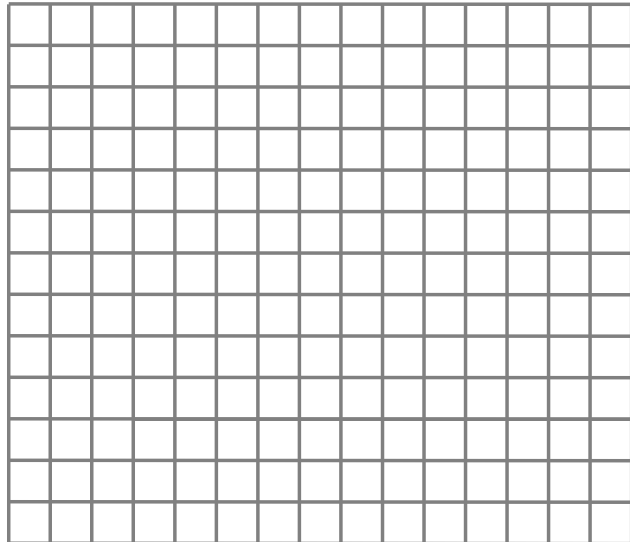
Recta II: $6x - 2y = 6$

TABLA RECTA I

x	y

TABLA RECTA II

x	y



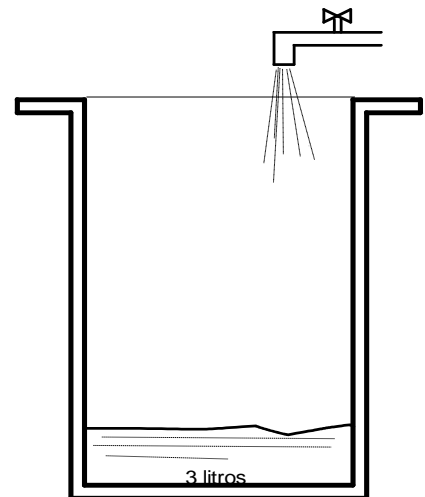
FENÓMENOS LINEALES (I)

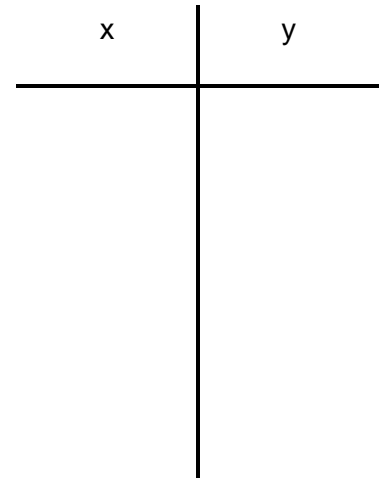
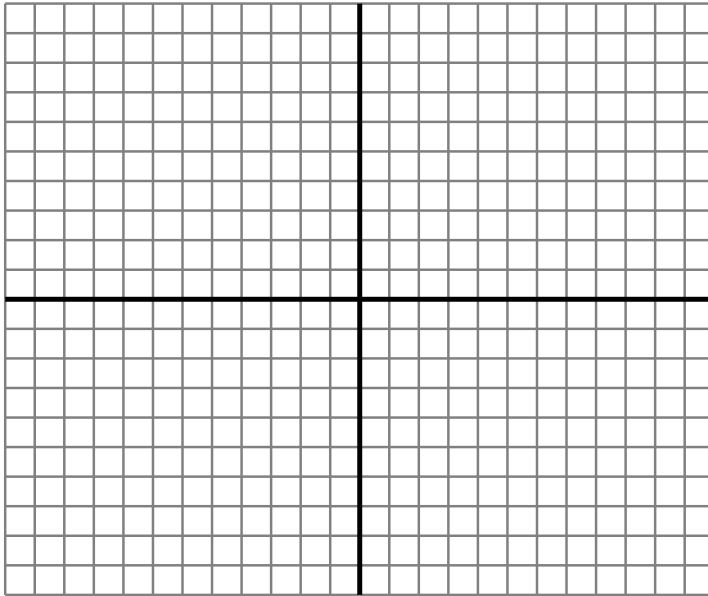
A la derecha se puede apreciar el dibujo de un depósito que está con un contenido de 3 litros. Cuando se abre el grifo el contenido empieza a aumentar de forma constante.

La función que representa la variación del CONTENIDO (y) en función del TIEMPO (x) es

$$y - 2x = 3$$

1. En la *hoja de gráfica*, pon las etiquetas, calcula la tabla y dibuja esta función.





2. Comprueba por algún método que la gráfica esté bien dibujada.	3. ¿Qué contenido tiene el depósito cuando han pasado 3 minutos?
4. ¿Qué contenido tiene el depósito a los 30 minutos? (Observa que la gráfica ya no te sirve y deberás ayudarte de la fórmula)	5. ¿Qué tiempo ha pasado cuando el contenido es de 9 l?
6. ¿Qué tiempo ha pasado cuando el contenido es de 81 l?	7. ¿Es verdad que al cabo de un minuto el contenido es de 9 l?
8. ¿Es verdad que al cabo de 20 minutos el contenido es de 43 l?	9. ¿Es verdad que para conseguir 51 litros de contenido han de transcurrir 23 minutos?
10. ¿Cuánto vale la "y" para la $x=12$?	11. ¿Cuánto vale la "x" para la $y=123$?
12. ¿Pasará la recta por el punto (28, 320)?	13. ¿Le corresponde a la ordenada 505 una abscisa de 251?

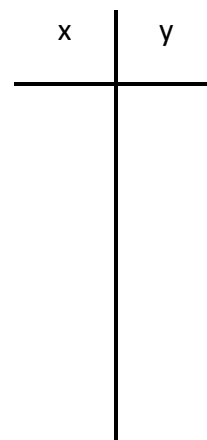
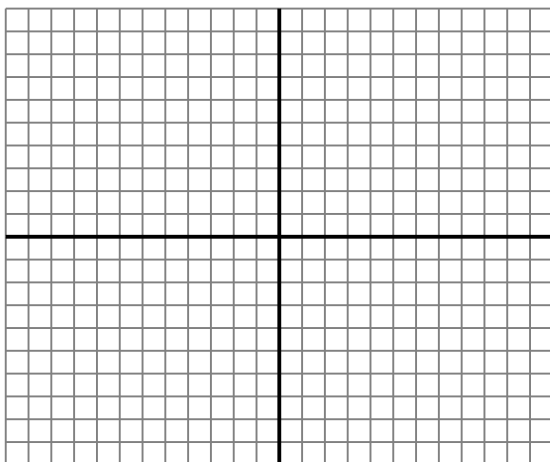


14. ¿Qué valor tiene la ordenada para $x=12$?	15. ¿Qué valor tiene la abscisa para una ordenada de 39?
16. ¿Cuál es la pendiente de esta recta?	17. ¿Cuánto gana el depósito entre los 27 y los 30 minutos?
18. ¿Cuánto tarda el depósito en ganar 42 litros?	19. Si el depósito es de 800 litros, ¿cuánto tardará en llenarse?

FENÓMENOS LINEALES (II)

La función $4y + 8 = 2x$ representa el alargamiento (o encogimiento) de una barra de un material conforme se modifica la temperatura de éste. Las temperaturas se miden en grados centígrados ($^{\circ}\text{C}$) y la longitud en cm.

1. ¿Eres capaz de predecir, solamente por medio de la fórmula, la pendiente que tendrá esta recta? Que se vea:
2. Dibuja la gráfica por medio de una tabla. No olvides anotar las etiquetas correctamente.





3. ¿Has calculado un punto de la tabla que te sirva de comprobación?	4. ¿Confirmas o modificas tu cálculo de la pendiente de la recta ahora que has dibujado la gráfica?
5. ¿Qué alargamiento tiene la barra a la temperatura de -3° ?	6. ¿A qué temperatura se alarga 2 cm?
7. ¿Qué alargamiento se da a 5°C ?	8. ¿A qué temperatura se ha encogido 8 cm?
9. ¿Qué punto de la recta tiene de abscisa 9?	10. ¿Qué punto de la recta tiene de ordenada -6?
11. ¿Pasa la recta por el punto $(-2,-3)$?	12. ¿Es verdad que cuando la temperatura es de -22 la barra se encoge 13 cm?
13. ¿Pasa la recta por el punto $(20,36)$?	14. ¿Es verdad que a -100°C la barra se encoge 190 cm?
15. ¿Cuánto se alargará la barra a 100°C ?	16. ¿Qué punto de la recta tiene de abscisa 100?
17. ¿A qué temperatura el alargamiento se hace de 156 cm?	18. ¿Qué punto de la recta tiene de ordenada 156 cm?
19. ¿En qué punto corta la recta al eje OX?	20. ¿Qué quiere decir este corte en nuestro caso?



21. ¿En qué punto corta la recta al eje OY?

22. ¿Qué quiere decir este corte en nuestro caso?

CORTES DE FUNCIONES

Un depósito se va llenando al cabo del tiempo. La función de llenado, que relaciona los litros y el tiempo, tiene la siguiente expresión algebraica:

$$2y - x = 6$$

Otro depósito se va vaciando con el tiempo. En este caso la función de llenado se expresa:

$$4y + 5x = 40$$

¿A QUÉ HORA ESTARÁN LOS DOS DEPÓSITOS AL MISMO NIVEL?

Solución algebraica:

Resuelve el sistema de ecuaciones por el método que prefieras:

$$2y - x = 6$$

$$4y + 5x = 40$$

Solución gráfica:

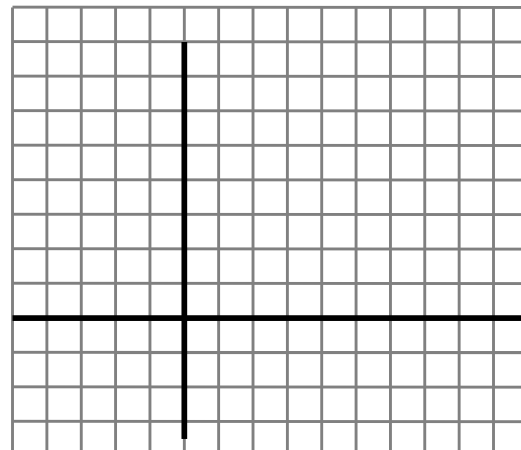
a) Elaborando tablas, dibujando los puntos:

Tabla de la recta I

Tabla de la recta II

x	y

x	y



COMPROBACIÓN:



b) Determinando los parámetros A (la pendiente) y B (la ordenada en el origen) de cada recta y dibujándolas:

Recta I: $2y - x = 6$

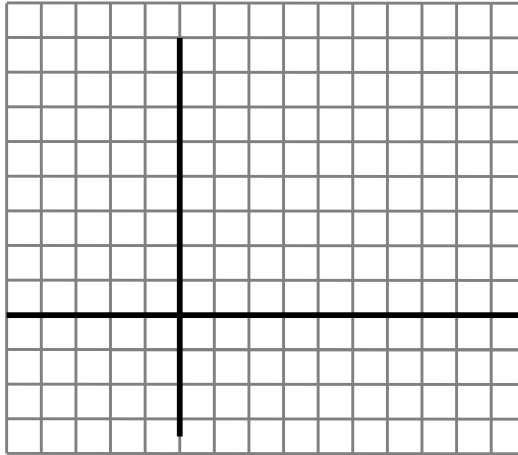
Pendiente (m):

Ordenada en el origen (n):

Recta II: $4y + 5x = 40$

Pendiente (m):

Ordenada en el origen (n):





UNA FUNCIÓN LINEAL MUY MOVIDITA...

Observa esta tabla, nos describe la relación entre la posición (s) que ocupa un coche que circula por una carretera recta y el tiempo.

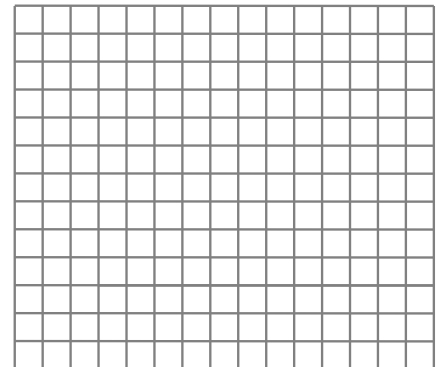
Posición (s) en m	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Tiempo (t) en s	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Haz un dibujo que represente la situación:

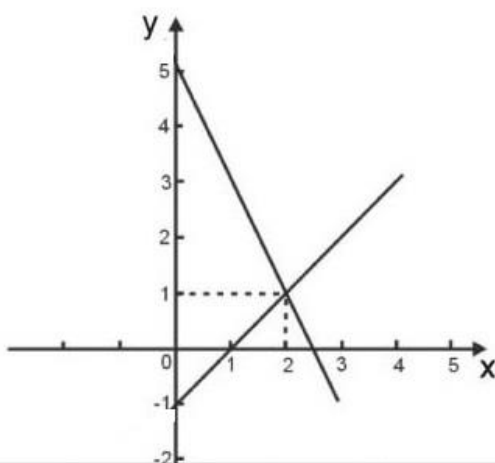
¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente? ¿Y la situación inicial?:

Construye la gráfica de esta función:

¿Cuál es la fórmula de esta función?:



La gráfica posición - tiempo siguiente, corresponde dos coches A y B.



- Haz dos dibujos, para la situación inicial ($t=0$) y transcurridos 4 segundos:
- ¿Qué significa el punto de corte de las rectas? c) ¿Cuál lleva más velocidad?
- Escribe las fórmulas correspondientes al movimiento de los dos coches
- ¿Qué significado tienen, en este caso, los parámetros a y b en las fórmulas?



ANTES DE CONTINUAR...

¿Qué es el movimiento? ¿Cuándo podemos decir que algo se está moviendo?

EXPLORA TUS IDEAS.

1. *Dos alumnas que viajan sentadas en el tren:*
 - a) *Están en reposo.*
 - b) *Están en movimiento.*
 - c) *Están en reposo o en movimiento dependiendo del observador.*

2. *El movimiento de un disco L.P. cuando el tocadiscos no está arrancando ni frenando:*
 - a) *Es uniforme pero tiene aceleración.*
 - b) *Es uniforme y, por tanto, no tiene aceleración.*
 - c) *Es variado y, por tanto, tiene aceleración.*

3. *Un automóvil pasa por el km 120 de la carretera N-IV. A partir de aquí podemos saber:*
 - a) *Que ha recorrido 120 km*
 - b) *Que va a 120 km/h*
 - c) *Su posición en ese instante.*

4. *El autobús Sevilla-Arahal pasa por el kilómetro 40 de la carretera a la media hora de salir de la estación. Elige la respuesta correcta:*
 - a) *Ha llevado una media de 80 km/h.*
 - b) *Ha llevado una velocidad en cada momento de 80 km/h.*
 - c) *No se puede saber qué media han hecho por no tener datos suficientes.*

5. *Un ciclista, al iniciar una contrarreloj, alcanza los 40 km/h en 30 s. el tren AVE alcanza 250 km/h en 15 minutos. ¿Cuál de los dos movimientos tiene mayor aceleración?*
 - a) *El ciclista*
 - b) *El AVE*
 - c) *No puede saberse con los datos que nos proporciona la cuestión.*

6. *Soltamos una bola, que cae hacia el suelo. Se trata de un movimiento*
 - a) *Uniforme*
 - b) *Acelerado*
 - c) *Natural*

7. *Dejamos caer dos bolas, la primera de doble masa que la segunda, desde la misma altura. ¿Cuál llega antes al suelo?*
 - a) *La primera, por ser más pesada.*
 - b) *La segunda, por ser más ligera.*
 - c) *Ambas llegan al mismo tiempo.*



ACLARAMOS ALGUNOS CONCEPTOS SOBRE EL MOVIMIENTO:

1. SISTEMA DE REFERENCIA.

La **posición** es el lugar que ocupa un cuerpo en el espacio con respecto a un punto que consideramos fijo llamado **sistema de referencia**.

Se dice que un cuerpo está en reposo cuando su posición no varía con respecto a un punto fijo y que se toma como referencia a medida que transcurre el tiempo. En caso contrario se dice que el objeto está en movimiento.

No existen puntos de referencia fijos ya que todos están dotados de movimiento, en consecuencia, resulta evidente que los conceptos de reposo y de movimiento son relativos.

2. TRAYECTORIA. CONCEPTO Y CLASES.

Trayectoria es la línea imaginaria que describe un cuerpo en el transcurso del movimiento

a) **Rectilínea**: Si la línea imaginaria descrita por el cuerpo es una recta. Ej.: Un cuerpo que cae libremente.

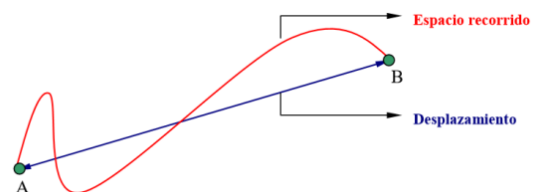
b) **Curvilínea**: Si la línea imaginaria descrita por el cuerpo es una curva. Ej.: **circular**, la de un punto situado en la periferia de la rueda de un molino que gira; **parabólica**, la del movimiento de un balón que sale del suelo oblicuamente; **elíptica**, la de cualquier planeta alrededor del Sol.

3. ESPACIO RECORRIDO. DESPLAZAMIENTO.

Espacio recorrido (e) es la longitud de la trayectoria descrita por un cuerpo.

Desplazamiento (ΔS) es la diferencia entre la posición inicial y final de un cuerpo:

$$\Delta S = S_F - S_0$$



Ambas magnitudes son longitudes y su unidad en el S.I. es el metro (m).

Cuando la trayectoria es rectilínea y el móvil no cambia de sentido el espacio recorrido y el desplazamiento coinciden.

$$\Delta S = S_F - S_0 = e \text{ (espacio recorrido)}$$



4. CONCEPTO DE VELOCIDAD.

Velocidad media es el cociente que resulta de dividir el espacio recorrido por un móvil y el tiempo invertido.

Por ejemplo, si un coche tarda 1,5 h en recorrer una distancia de 200 km, su velocidad media será:

$$V_m = \frac{200km}{1,5h} = 133,3 \dots km/h$$

Su fórmula sería:

$$V_m = \frac{e}{t}$$

Y... a partir de ésta:

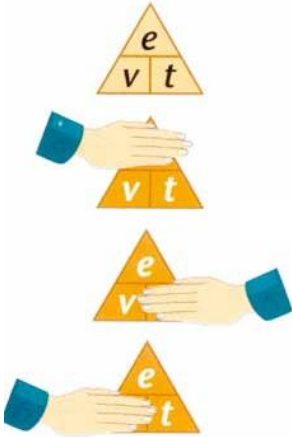
$$e = V_m \cdot t \quad \text{y} \quad t = \frac{e}{V_m}$$

Velocidad instantánea es la velocidad que posee un móvil en un determinado instante de su movimiento.

Aunque el coche del ejemplo anterior haga una media de 133,3 km/h, es evidente que en instantes determinados su velocidad ha sido superior y en otros inferior a esa velocidad media; puede que a los 5 minutos exactos de su movimiento su velocidad fuese 90,7 km/h y a los 62 minutos exactos fuese 152 km/h.

Las unidades de la velocidad en el S.I son los **m/s**. Otras unidades usadas son: km/h. Para pasar de una unidad a otra se utilizan sus correspondientes factores de conversión.

Con el truco

<p style="text-align: center;">Triángulo del movimiento</p> 	<p>De m/s a km/h</p> $25 \frac{m}{s} \times \left(\frac{1 km}{1000 m} \right) \times \left(\frac{3600 s}{1 h} \right) = 90 \frac{km}{h}$ <hr/> <p>¿De km/h a m/s?</p> $120 \frac{km}{h}$
---	--

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (M.R.U)

Un móvil se desplaza con **M.R.U.** cuando su trayectoria es una recta y su velocidad es constante.



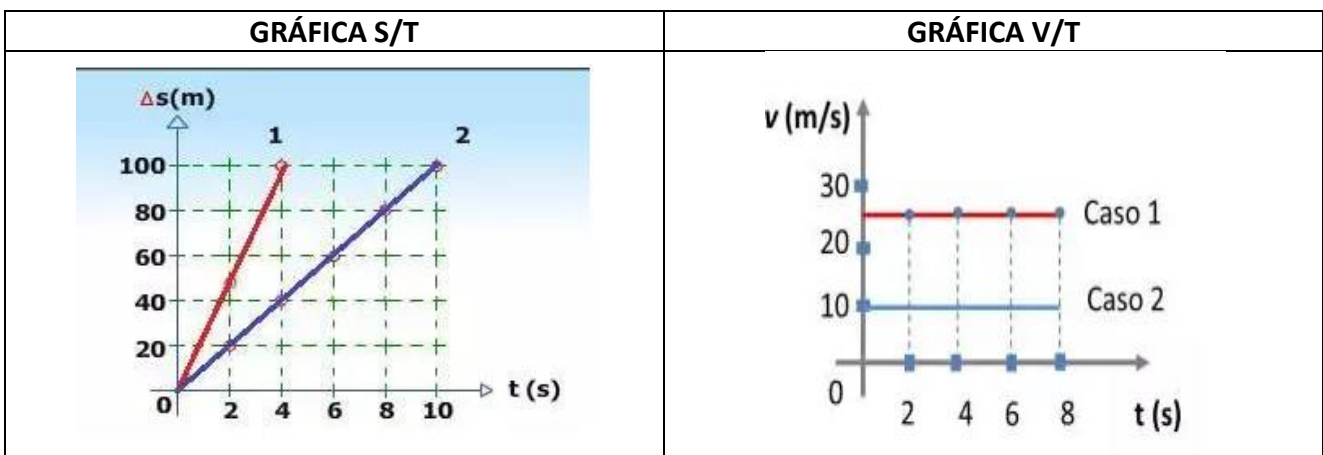
Ecuaciones de un MRU

□ $s = s_0 + v \cdot t$ (Ecuación del movimiento) siendo:

- s : Posición final (m) para un determinado t .
- v : Velocidad (m/s)
- t : Tiempo (s)

□ Por tanto, s me dice dónde está el móvil en un determinado momento t .

GRÁFICAS DEL MRU





EJERCICIOS

1. Completa la siguiente tabla referida a la ecuación $S = 3 \cdot t + 2$

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s (m)											

- ¿Cuál es la posición inicial del cuerpo?
- ¿Cuál será la posición al cabo de 20 s? ¿Y a los 5,5 s? ¿Y cuándo $t = 7/3$ segundos?
- ¿Cuándo alcanza el objeto la posición $s = 18$ metros?
- ¿Cuándo se encuentra el objeto a 8 metros a la derecha del punto de referencia?

2. Un móvil que se encuentra en la posición inicial $s_0 = 2$ m se traslada hasta la nueva posición de $s = - 2$ m.

- ¿Cuál ha sido su desplazamiento? ¿Qué signo ha salido? ¿Qué significa ese signo?
- Si después vuelve hasta la posición inicial, determina el nuevo desplazamiento y el desplazamiento total efectuado. Interpreta los signos que has obtenido.

3. Hay aviones que pueden volar a 2500 km/h, y el sonido se desplaza en el aire a 340 m/s. ¿Qué movimiento es más rápido?

4. El autobús del transporte escolar, pasó por el kilómetro 80 de la carretera N-350 a las 7h 35 m 21 s, y por el kilómetro 113 de la misma carretera a las 8h 07 m 12 s. ¿Cuál fue la velocidad media en ese tramo? ¿Podemos asegurar que el autobús no se ha detenido en ningún momento? ¿Sería posible que el autobús hubiera rebasado el límite de 90 km/h? EXPLÍCALO.

5. La posición inicial de un objeto es $s_0 = - 10$ metros. Cuando pasa por el punto de referencia, el tiempo es $t = 5$ segundos. ¿Cuál es la ecuación de su movimiento?



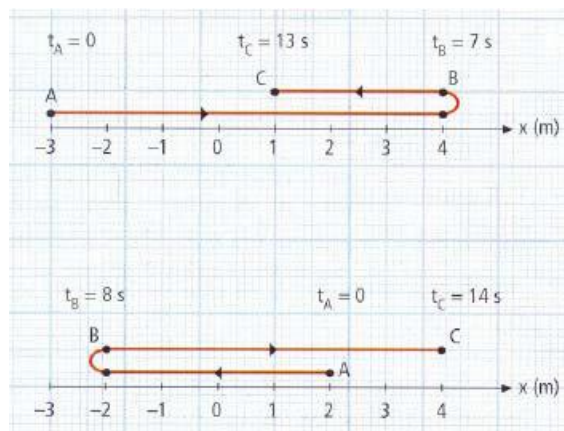
6. La ecuación de un tren expreso viene descrita por la expresión $s_E = -50 \cdot t + 10$, mientras que un tren talgo que se mueve por la misma vía, lleva de ecuación $s_T = 30 \cdot t - 90$. En este caso, s se mide en kilómetros y t en horas.

- ¿Dónde se encontraba cada tren en el momento de iniciar la cuenta del tiempo?
- ¿Qué distancia separaba inicialmente los trenes?
- Deduce en qué sentido se mueve cada tren, hacia la derecha o hacia la izquierda.
- ¿Llegarán a chocar los trenes? De ser así, indica cuándo y dónde.
- Cuando el tren expreso esté 14 km a la izquierda del origen ¿dónde estará el talgo?
- ¿Pasa algún objeto móvil por el punto de referencia (común) elegido?

7. La ecuación de movimiento de un ciclista viene descrita por la expresión $s = -5 - t$, donde s se mide en metros y t en segundos. Un espectador, situado 20 m a la derecha del punto de referencia, está esperando que pase por delante para sacarle una foto. ¿Cuánto tiempo tendrá que esperar? ¿Ha pasado el ciclista en algún momento por el punto de referencia?

8. En las siguientes gráficas, indica la posición inicial y la posición final del objeto móvil y determina en cada caso:

- El espacio recorrido por el móvil.
- El desplazamiento
- La trayectoria, ¿es rectilínea o curvilínea?





- 9. Un tren se mueve sobre una vía rectilínea. Una vez fijado el punto de referencia en uno de los postes de electrificación, se encuentra que la posición varía con el tiempo de acuerdo a la expresión: $S_1 = 10 \cdot t - 25$**
- ¿Cuál es la posición del cuerpo en el instante inicial ($t = 0$ segundos)? Explícala con palabras.
 - Determina la posición al cabo de 5 segundos.
 - ¿Se cruzaría con otro tren que circule por otra vía paralela y que tuviera de ecuación $S_2 = 9 - 7 \cdot t$? En caso afirmativo indica cuándo y dónde sucede.
 - ¿Qué tiempo habrá transcurrido para que el objeto S se sitúe a 250 m a la derecha del punto de referencia?
 - ¿Qué espacio habrá recorrido cada tren en 5 minutos de recorrido? ¿Dónde estará cada uno? (Sabemos que NO se han dado la vuelta)