

3º de ESO

Capítulo 6:

Proporcionalidad

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-027362

Fecha y hora de registro: 2014-01-11 19:41:01.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es



Autora: Nieves Zuasti

Revisor: Javier Rodrigo

Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Índice

1. PROPORCIONALIDAD DIRECTA

- 1.1. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES
- 1.2. REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA
- 1.3. REGLA DE TRES COMPUESTA DIRECTA
- 1.4. PORCENTAJES
- 1.5. INCREMENTO PORCENTUAL
- 1.6. DESCUENTO PORCENTUAL
- 1.7. ESCALAS

2. PROPORCIONALIDAD INVERSA

- 2.1. MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES
- 2.2. REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA
- 2.3. REGLA DE TRES COMPUESTA INVERSA

3. REPARTOS PROPORCIONALES

- 3.1. REPARTO PROPORCIONAL DIRECTO
- 3.2. REPARTO PROPORCIONAL INVERSO
- 3.3. MEZCLAS Y ALEACIONES

4. INTERÉS SIMPLE

- 4.1. CÁLCULO DE INTERÉS SIMPLE
- 4.2. INTERÉS COMPUESTO

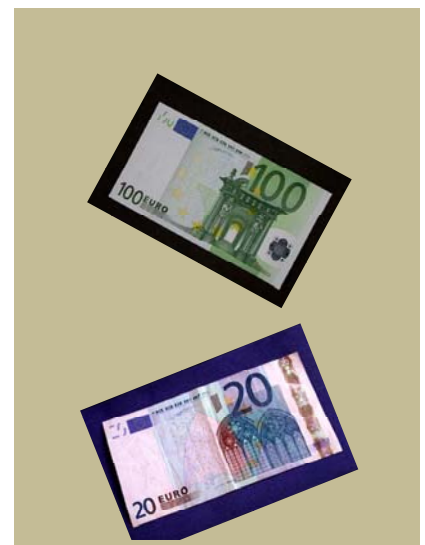
Resumen

La proporcionalidad es una realidad con la que convivimos a nuestro alrededor. Para comprenderla y utilizarla correctamente, necesitamos conocer sus reglas.

Reconoceremos la proporcionalidad directa o inversa, simple y compuesta, y realizaremos ejercicios y problemas de aplicación.

En multitud de ocasiones debemos efectuar repartos proporcionales, directos o inversos: premios de lotería, herencias, mezclas, aleaciones...

El tanto por ciento y el interés es un concepto que aparece constantemente en los medios de comunicación y en nuestra propia economía. En este capítulo haremos una primera aproximación a la denominada “economía financiera”



1. PROPORCIONALIDAD DIRECTA

1.1. Magnitudes directamente proporcionales

Recuerda que:

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Ejemplo:

- Si dos cajas contienen 12 bombones, diez cajas (iguales a las primeras) contendrán sesenta bombones.

$$2 \cdot 6 = 12 \quad 10 \cdot 6 = 60$$

La **razón de proporcionalidad directa** k se obtiene mediante el cociente de cualquiera de los valores de una variable y los correspondientes de la otra:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = k$$

Ejemplo:

- En el ejemplo anterior la razón de proporcionalidad es: $\frac{12}{2} = \frac{60}{10} = 6$

Ejemplo:

- Calcula la razón de proporcionalidad, copia en tu cuaderno y completa la tabla de proporcionalidad directa siguiente:

Magnitud A	18	2,4	60	2,8	0,20
Magnitud B	4,5	0,6	15	0,7	0,05

La razón de proporcionalidad es $k = \frac{18}{4,5} = 4$. Por tanto todos los valores de la magnitud B son cuatro veces menores que los de la magnitud A.

1.2. Regla de tres simple directa

Recuerda que:

El cuarto término de una proporción directa entre dos magnitudes se puede calcular mediante el procedimiento denominado "**regla de tres**"

Ejemplo:

- Quince paquetes pesan 330 kg, ¿cuántos kg pesan 6 paquetes?

15 paquetes — 330 kg

6 paquetes — x kg

$$\frac{15}{330} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{330 \cdot 6}{15} = 132 \text{ kg}$$

1.3. Regla de tres compuesta directa

Una proporción en la que intervienen más de dos magnitudes se denomina **proporción compuesta**.

Para calcular el valor desconocido de una de sus magnitudes se utiliza la “**regla de tres compuesta**”.

Ejemplo:

- Nueve personas han gastado en transporte 630 € en 20 días. ¿Cuánto gastarán 24 personas en 8 días realizando el mismo recorrido?

Observamos que las tres magnitudes son directamente proporcionales.

9 personas	630 €	20 días
24 personas	x €	8 días

$$\frac{630}{x} = \frac{20}{8} = \frac{9}{24} \Rightarrow x = \frac{630 \cdot 24 \cdot 8}{9 \cdot 20} = 672 \text{ €}$$

1.4. Porcentajes

El porcentaje o tanto por ciento es la razón de proporcionalidad de mayor uso en la vida cotidiana.

El **tanto por ciento** es una razón con denominador 100.

Ejemplo:

- $24 \% = \frac{24}{100}$

Los porcentajes son proporciones directas en las que se puede aplicar la regla de tres.

Ejemplo:

- La población de Robles era en 2012 de 5680 habitantes. En 2013 se ha incrementado en un 5 %. ¿Cuál es su población a final de 2013?

El 5 % de 5680 es $\frac{5 \cdot 5680}{100} = 284$ habitantes. La población se ha incrementado en 284 habitantes,

luego al final de 2013 será de: $5680 + 284 = 5964$ habitantes.

Actividades propuestas

- Estima cuántas personas caben de pie en un metro cuadrado. Ha habido una fiesta y se ha llenado completamente un local de 260 m^2 , ¿cuántas personas estimas que han ido a esa fiesta?

En una receta nos dicen que para hacer una mermelada de fresa necesitamos un kilogramo de azúcar por cada dos kilogramos de fresas. Queremos hacer 5 kilogramos de mermelada, ¿cuántos kilogramos de azúcar y cuántos de fresas debemos poner?

- La altura de un árbol es proporcional a su sombra (a una misma hora). Un árbol que mide 1,2 m tiene una sombra de 2,1 m. ¿Qué altura tendrá un árbol cuya sombra mida 4,2 m?

1.5. Incremento porcentual

Ejemplo:

El ejemplo anterior puede resolverse mediante **incremento porcentual**: $100 + 5 = 105\%$

- El 105 % de 5680 es $\frac{105 \cdot 5680}{100} = 5964$ habitantes

1.6. Descuento porcentual

- En las rebajas a todos los artículos a la venta les aplican un 20 % de descuento. Calcula el precio de los que aparecen en la tabla:

Precio sin descuento	74 €	105 €	22 €	48 €
Precio en rebajas	59,20 €	84 €	17,6 €	38,4 €

Ya que nos descuentan el 20 %, pagaremos el 80 %. Por tanto: $\frac{80}{100} = 0,8$ es la razón directa de proporcionalidad que aplicaremos a los precios sin descuento para calcular el precio rebajado.

Actividades propuestas

- Copia en tu cuaderno y completa la tabla de proporción directa. Calcula la razón de proporcionalidad.

Litros	16	4,5		1		50
Euros	36		8,10		10	

- Hemos gastado 72 litros de gasolina para recorrer 960 km. ¿Cuántos litros necesitaremos para una distancia de 1500 km?
- Mi coche gasta 6 litros de gasolina cada 100 km, ¿cuántos litros gastará en un viaje de 1250 km?
- Un libro de 420 páginas pesa 200 g. ¿Cuánto pesará un libro de la misma colección de 300 páginas?
- Seis personas realizan un viaje de ocho días y pagan en total 40800 €. ¿Cuánto pagarán 15 personas si su viaje dura 5 días?



- Calcula el precio final de un lavavajillas que costaba 430 € más un 21 % de IVA, al que se le ha aplicado un descuento sobre el coste total del 15 %.
- Calcula los términos que faltan para completar las proporciones:

a) $\frac{24}{100} = \frac{30}{x}$ b) $\frac{x}{80} = \frac{46}{12}$ c) $\frac{3'6}{12'8} = \frac{x}{60}$

10. Copia en tu cuaderno y completa:

- De una factura de 127 € he pagado 111 €. Me han aplicado un % de descuento
- Me han descontado el 12 % de una factura de € y he pagado 365 €.
- Por pagar al contado un mueble me han descontado el 15 % y me he ahorrado 100 €. ¿Cuál era el precio del mueble sin descuento?

11. Dos pantalones nos costaron 32 €, ¿cuánto pagaremos por 5 pantalones?



1.7. Escalas

En planos y mapas encontramos anotadas en su parte inferior la escala a la que están dibujados.

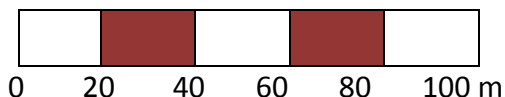
La **escala** es la proporción entre las medidas del dibujo y las medidas en la realidad.

Ejemplo:

- Si una cierta escala se expresa de la forma 1 : 20000 significa que 1 cm del plano corresponde a 20000 cm = 200 m en la realidad.

Las escalas también se representan en forma gráfica, mediante una barra dividida en segmentos de 1 cm de longitud

Ejemplo:



Escalímetro

Esta escala identifica cada centímetro del mapa con 20 m en la realidad es decir 1 : 2000.

Un instrumento sencillo para realizar trabajos a escala es el **pantógrafo** que facilita copiar una imagen o reproducirla a escala.

El pantógrafo es un paralelogramo articulado que, al variar la distancia entre los puntos de articulación, permite obtener diferentes tamaños de dibujo sobre un modelo dado.

Actividades propuestas

- La distancia real entre dos pueblos es 18,5 km. Si en el mapa están a 10 cm de distancia. ¿A qué escala está dibujado?
- ¿Qué altura tiene un edificio si su maqueta construida a escala 1:300 presenta una altura de 12 cm?
- Dibuja la escala gráfica correspondiente a la escala 1 : 60000.
- Las dimensiones de una superficie rectangular en el plano son 6 cm y 14 cm. Si está dibujado a escala 1 : 40, calcula sus medidas reales.



Principales calzadas romanas

2. PROPORCIONALIDAD INVERSA

2.1. Magnitudes inversamente proporcionales

Recuerda que:

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda dividida o multiplicada por el mismo número.

Ejemplo:

- Cuando un automóvil va a 90 km/h, tarda cuatro horas en llegar a su destino. Si fuera a 120 km/h tardaría 3 horas en hacer el mismo recorrido.

$$90 \cdot 4 = 120 \cdot 3$$

La velocidad y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales.

La **razón de proporcionalidad inversa** k' es el producto de cada par de magnitudes: $k' = a \cdot b = a' \cdot b'$

Ejemplo:

- Copia la tabla en tu cuaderno, calcula la razón de proporcionalidad inversa y completa la tabla de proporcionalidad inversa:

a	18	150	1,5	3600	100
b	50	6	600	0,25	9

$k' = 18 \cdot 50 = 900$. Comprueba que todas las columnas dan este resultado.

2.2. Regla de tres simple inversa

Para calcular el cuarto término entre dos magnitudes inversamente proporcionales aplicamos la regla de tres inversa.

Ejemplo:

- Cuatro personas realizan un trabajo en 18 días. ¿Cuántas personas necesitaremos para realizar el mismo trabajo en 8 días?

4 personas — 18 días

x personas — 8 días

$$k' = 4 \cdot 18 = 8 \cdot x \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 18}{8} = 9 \text{ personas.}$$

2.3. Regla de tres compuesta inversa

En la regla de tres **compuesta inversa**, intervienen varias magnitudes inversamente proporcionales entre sí.

Ejemplo:

- Con una cantidad de pienso podemos dar de comer a 48 animales durante 30 días con una ración de 1,2 kg para cada uno. ¿Cuántos días podremos alimentar a 60 animales si la ración es de 800 g?

48 animales — 30 días — 1,2 kg

60 animales — x días — 0,800 kg

Las tres magnitudes son inversamente proporcionales entre sí.

$$\text{Por tanto } k' = 48 \cdot 30 \cdot 1,2 = 1728 \Rightarrow x = \frac{48 \cdot 30 \cdot 1,2}{60 \cdot 0,800} = 36 \text{ días.}$$

Actividades propuestas

16. Copia en tu cuaderno la tabla siguiente, calcula la razón de proporcionalidad y completa la tabla de proporcionalidad inversa:

Magnitud A	36	0,09		12	
Magnitud B	0,25		6		72

17. Al cortar una cantidad de madera hemos conseguido 6 paneles de 2,25 m de largo. ¿Cuántos paneles conseguiremos si ahora tienen 1,5 m de largo?
18. Para llenar un depósito se abren tres grifos que lanzan 2 litros por minuto cada uno y tardan 6 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán 4 grifos similares que lanzan 5 litros por minuto cada uno?



19. Tres máquinas fabrican 1200 piezas funcionando 5 horas diarias. ¿Cuántas máquinas se deben poner a funcionar para conseguir 6000 piezas durante 9 horas diarias?

20. En la construcción de un puente de 900 m se han utilizado 250 vigas, pero

el ingeniero no está muy seguro y decide reforzar la obra añadiendo 75 vigas más. Si las vigas se colocan uniformemente a lo largo de todo el puente, ¿a qué distancia se colocarán las vigas?

21. En un huerto ecológico se utilizan 3000 kg de un tipo de abono de origen animal que se sabe que tiene un 10 % de nitratos. Se cambia el tipo de abono, que ahora tiene un 15 % de nitratos, ¿cuántos kilogramos se necesitarán del nuevo abono para que las plantas reciban la misma cantidad de nitratos?
22. Ese mismo huerto necesita 1200 cajas para envasar sus mandarinas en cajas de un kilogramo. ¿Cuántas cajas necesitaría para envasarlas en cajas de medio kilogramo? ¿Y para envasarlas en cajas de 2 kilogramos?



3. REPARTOS PROPORCIONALES

Cuando se realiza un reparto en partes desiguales se debe establecer previamente si se trata de un reparto proporcional directo o inverso.

3.1. Reparto proporcional directo

En un reparto proporcional directo le corresponderá más a quien tiene más partes.

Actividad resuelta

- Tres amigos deben repartirse los 300 € que han ganado en una competición de acuerdo a los puntos que cada uno ha obtenido. El primero obtuvo 7 puntos, el segundo 5 y el tercero 3 puntos.

El reparto directamente proporcional se inicia sumando los puntos: $7 + 5 + 3 = 15$ puntos.

Calculamos el premio por punto: $300 : 15 = 20$ €.

El primero obtendrá $20 \cdot 7 = 140$ €.

El segundo: $20 \cdot 5 = 100$ €.

El tercero: $20 \cdot 3 = 60$ €.

La suma de las tres cantidades es 300 €, la cantidad total a repartir.

Como se trata de una proporción, se debe establecer la siguiente regla:

Sea N (en el ejemplo anterior 300) la cantidad a repartir entre cuatro personas, a las que les corresponderá A, B, C, D de manera que $N = A + B + C + D$. Estas cantidades son proporcionales a su participación en el reparto: a, b, c, d .

$a + b + c + d = n$ es el número total de partes en las que ha de distribuirse N .

$N : n = k$ que es la cantidad que corresponde a cada parte. En el ejemplo anterior: $k = 300 : 15 = 20$.

El reparto finaliza multiplicando k por a, b, c y d , obteniéndose así las cantidades correspondientes A, B, C y D .

3.2. Reparto proporcional inverso

En un reparto proporcional inverso recibe más quien menos partes tiene.

Sea N la cantidad a repartir y a, b y c las partes. Al ser una proporción inversa, el reparto se realiza a sus inversos $1/a, 1/b, 1/c$.

Para calcular las partes totales, reducimos las fracciones a común denominador, para tener un patrón común, y tomamos los numeradores que son las partes que corresponden a cada uno.

Actividad resuelta

- Repartir 3000 € de forma inversamente proporcional a 12 y 20.

Calculamos el total de las partes: $1/12 + 1/20 = 5/60 + 3/60 = 8/60$.

$$3000 : 8 = 375 \text{ € cada parte.}$$

$$375 \cdot 5 = 1875 \text{ €.}$$

$$375 \cdot 3 = 1125 \text{ €.}$$

Actividades propuestas

23. Cinco personas comparten lotería, con 10, 6, 12, 7 y 5 participaciones respectivamente. Si han obtenido un premio de 18000 € ¿Cuánto corresponde a cada uno?
24. En un concurso se acumula puntuación de forma inversamente proporcional al número de errores. Los cuatro finalistas, con 6, 5, 2, y 1 error, deben repartirse los 1400 puntos. ¿Cuántos puntos recibirá cada uno?
25. En el testamento, el abuelo establece que quiere repartir entre sus nietos 22200 €, de manera proporcional a sus edades, 12, 15 y 18 años, cuidando que la mayor cantidad sea para los nietos menores. ¿Cuánto recibirá cada uno?
26. Tres socios han invertido 20000 €, 34000 € y 51000 € este año en su empresa. Si los beneficios a repartir a final de año ascienden a 31500 €, ¿cuánto corresponde a cada uno?

3.3. Mezcla y aleaciones

Las **mezclas** que vamos a estudiar son el resultado final de combinar distintas cantidades de productos, de distintos precios.

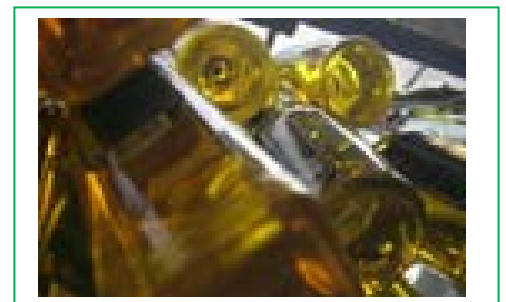
Actividad resuelta

- Calcula el precio final del litro de aceite si mezclamos 12 litros a 2,85 €/l, 5 litros a 3,02 €/l y 3 litros a 3,10 €/l.

Calculamos el coste total de los distintos aceites: $12 \cdot 2,85 + 5 \cdot 3,02 + 3 \cdot 3,10 = 58,60 \text{ €}$.

Y el número total de litros: $12 + 5 + 3 = 20 \text{ l}$.

El precio del litro de mezcla valdrá $58,60 : 20 = 2,93 \text{ €/l}$.



Una **aleación** es una mezcla de metales para conseguir un determinado producto final con mejores propiedades o aspecto.

Las aleaciones se realizan en joyería mezclando metales preciosos, oro, plata, platino, con cobre o rodio. Según la proporción de metal precioso, se dice que una joya tiene más o menos **ley**.

La **ley** de una aleación es la relación entre el peso del metal más valioso y el peso total.

Ejemplo:

- Una joya de plata de 50 g de peso contiene 42 g de plata pura. ¿Cuál es su ley?

$$\text{Ley} = \frac{\text{peso metal puro}}{\text{peso total}} = \frac{42}{50} = 0,84$$

Otra forma de medir el grado de pureza de una joya es el **quilate**.

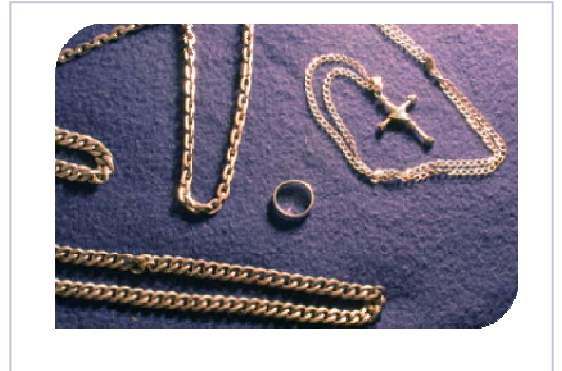
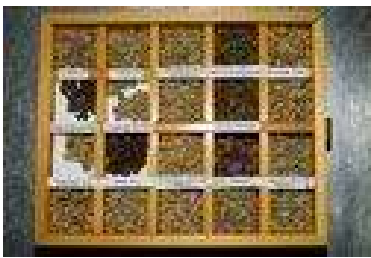
Un quilate de un metal precioso es 1/24 de la masa total de la aleación.

Para considerar una joya de oro puro ha de tener 24 quilates.

Ejemplo:

Una joya de oro de 18 quilates pesa 44 g. ¿Qué cantidad de su peso es de oro puro?

$$\text{Peso en oro} = \frac{44 \cdot 18}{24} = 33 \text{ g.}$$

**Actividades propuestas**

Granos de café

joya anterior?

- Calcula el precio del kilo de mezcla de dos tipos de café: 3,5 kg a 4,8 €/kg y 5,20 kg a 6 €/kg.
- ¿Cuántos litros de zumo de pomelo de 2,40 €/l deben mezclarse con 4 litros de zumo de naranja a 1,80 €/l para obtener una mezcla a 2,13 €/l?
- Calcula la ley de una joya sabiendo que pesa 110 g y contiene 82 g de oro puro.
- ¿Cuántos quilates, aproximadamente tiene la



4. INTERÉS

4.1. Interés simple

El **interés** es el beneficio que se obtiene al depositar un capital en una entidad financiera a un determinado tanto por ciento durante un tiempo.

En el **interés simple**, al capital C depositado se le aplica un tanto por ciento o rédito r anualmente.

El cálculo del interés obtenido al cabo de varios años se realiza mediante la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Si el tiempo que se deposita el capital son meses o días, el interés se calcula dividiendo la expresión anterior entre 12 meses o 360 días (año comercial).

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \quad \text{tiempo en meses} \qquad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000} \quad \text{tiempo en días}$$

4.2. Interés compuesto

Desde otro punto de vista, el interés es el porcentaje que se aplica a un préstamo a lo largo de un tiempo, incrementando su cuantía a la hora de devolverlo.

Este tipo de interés no se calcula como el interés simple sino que se establece lo que se llama “*capitalización*”.

El **interés compuesto** se aplica tanto para calcular el capital final de una inversión, como la cantidad a devolver para amortizar un préstamo.

Normalmente los préstamos se devuelven mediante cuotas mensuales que se han calculado a partir de los intereses generados por el préstamo al tipo de interés convenido.

La capitalización compuesta plantea que, a medida que se van generando intereses, pasen a formar parte del capital inicial, y ese nuevo capital producirá intereses en los períodos sucesivos.

Si se trata de un depósito bancario, el capital final se calculará siguiendo el siguiente procedimiento:

C_i (capital inicial)	1 año	i (tanto por uno)	$C_f = C_i \cdot (1 + i)$
$C_i \cdot (1 + i)$	2 años	$C_i \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)$	$C_f = C_i \cdot (1 + i)^2$
$C_i \cdot (1 + i)^2$	3 años	$C_i \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i)$	$C_f = C_i \cdot (1 + i)^3$
.....
	n años		$C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$

Al cabo de n años, el capital final será $C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$.

Para hacer los cálculos puedes utilizar una “Hoja de cálculo”:

(http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3eso/Interes_compuesto.xlsx).

Basta que en la hoja de cálculo adjunta modifiques los datos de las casillas B5 donde está el “Capital inicial”, casilla B6 donde está el “Tanto por uno” y de la casilla B7 donde aparece el número de “Años”, y arrastres en la columna B hasta que el número final de años coincida con dicha casilla.

Actividades resueltas

- *Depositamos 5400 € al 2,25 % anual. ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 28 meses?*

Calculamos el interés simple:

$$I = \frac{5400 \cdot 2,25 \cdot 28}{1200} = 283,5 \text{ €}$$

Sumamos capital e intereses:

$$5400 + 283,5 = 5683,5 \text{ €}$$

- *El capital inicial de un depósito asciende a 82000 €. El tanto por ciento aplicado es el 3 % a interés compuesto durante 5 años. Calcula el capital final.*

$$C_f = C_i \cdot (1 + i)^n = 82000 \cdot (1 + 0,03)^5 = 82000 \cdot 1,159... = 95060 \text{ €}$$



Actividades propuestas

31. Calcula el interés simple que producen 105000 € al 4,8 % durante 750 días. (*Solución: 10500*)
32. Al 5 % de interés compuesto durante 12 años, ¿cuál será el capital final que obtendremos al depositar 39500 €?

Ayuda: también puedes utilizar la hoja de cálculo:

(http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3eso/Interes_compuesto.xlsx).

33. ¿Qué capital hay que depositar al 1,80 % durante 6 años para obtener un interés simple de 777,6 €?

CURIOSIDADES. REVISTA

El término **quilate** viene de la palabra griega “*keration*” (*algarroba*). Esta planta, de semillas muy uniformes, se utilizaba para pesar joyas y gemas en la antigüedad.



La escala musical es un conjunto de sonidos ordenados de forma ascendente o descendente.

Las escalas pentatónicas son las más utilizadas en el blues, el heavy metal y el rock



Durante siglos, hombres y mujeres han observado el cielo utilizando instrumentos que les permitían dibujar a escala la bóveda celeste.

Mujeres como Hipatia de Alejandría, Carolina Herschel, María Michell, María Kirch, estudiaron las constelaciones, catalogaron estrellas y galaxias, descubrieron cometas y dejaron un enorme legado a pesar de trabajar en el anonimato, sin reconocimiento, o con serias dificultades por razón de ser mujeres.

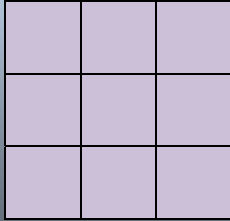
En 2009, Año Internacional de la Astronomía, la Unión Astronómica Internacional y la UNESCO, impulsaron el proyecto “Ella es una astrónoma” con el fin de promover la igualdad entre géneros en este campo de la Ciencia.



La UNED, TVE la 2 y TVE internacional han elaborado una serie titulada “**Mujeres en las estrellas**” que aporta una perspectiva histórica y actual de las científicas españolas y su contribución a la astronomía.

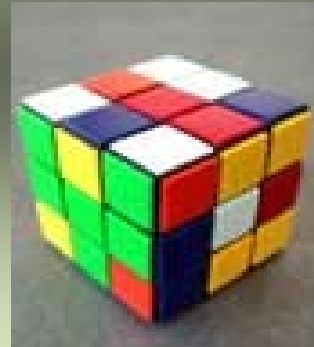
Proporcionalidad en áreas y volúmenes

Al aumentar el lado de un cuadrado al doble, su superficie queda multiplicada por 4. Al multiplicar por 3 el lado, el área se multiplica por 9.



En general, si hacemos un cambio de escala de factor de proporcionalidad k , el área tiene un factor de proporcionalidad k^2 , y el volumen k^3 .

Al aumentar el lado de un cubo al doble, su volumen queda multiplicado por 8. Al multiplicar por 3 el lado, el volumen se multiplica por 27.



Utiliza esta observación para resolver los siguientes problemas:

La **Torre Eiffel de París** mide 300 metros de altura y pesa unos 8 millones de kilos. Está construida de hierro. Si encargamos un modelo a escala de dicha torre, también de hierro, que pese sólo un kilo, ¿qué altura tendrá? ¿Será mayor o menor que un lápiz?

Antes de empezar a calcular, da tu opinión.



- En una pizzería la pizza de 20 cm de diámetro vale 3 euros y la de 40 cm vale 6 euros. ¿Cuál tiene mejor precio?
- Vemos en el mercado una merluza de 40 cm que pesa un kilo. Nos parece un poco pequeña y pedimos otra un poco mayor, que resulta pesar 2 kilos. ¿Cuánto medirá?
- En un día frío un padre y un hijo pequeño van exactamente igual abrigados, ¿Cuál de los dos tendrá más frío?



RESUMEN

		<i>Ejemplos</i>
Proporcionalidad directa	<p>Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda multiplicada o dividida por el mismo número.</p> <p>La razón de proporcionalidad directa k es el valor que se obtiene mediante el cociente de cualquiera de los valores de una variable y los correspondientes de la otra.</p>	<p>Para empapelar 300 m^2 hemos utilizado 24 rollos de papel, si ahora la superficie es de 104 m^2, necesitaremos 8,32 rollos, pues $k = 300/24 = 12,5$, y $12,5 = 104/x$, por lo que $x = 104/12,5 = 8,32$.</p>
Proporcionalidad inversa	<p>Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda dividida o multiplicada por el mismo número.</p> <p>La razón de proporcionalidad inversa k' es el producto de cada par de magnitudes: $k' = a \cdot b = a' \cdot b'$</p>	<p>Dos personas pintan una vivienda en 4 días trabajando 9 h diarias. Para pintar la misma vivienda, 3 personas, trabajando 8 h diarias tardarán... 3 días</p>
Porcentajes	Razón con denominador 100.	El 87 % de 2400 es $\frac{87 \cdot 2400}{100} = 2088$
Escalas	La escala es la proporción entre las medidas del dibujo y las medidas en la realidad.	A escala 1:50000, 35 cm son 17,5 km en la realidad.
Reparto proporcional directo	Recibe más cantidad quien más partes tiene.	<p>Repartir directamente a 6,10 y 14, 105000 €</p> <p>$6 + 10 + 14 = 30$</p> <p>$105000 : 30 = 3500$</p> <p>$6 \cdot 3500 = 21000 \text{ €}$</p> <p>$10 \cdot 3500 = 35000 \text{ €}$</p> <p>$14 \cdot 3500 = 49000 \text{ €}$</p>
Reparto proporcional inverso	Recibe más cantidad quien menos partes tiene.	<p>Repartir 5670 inversamente a 3,5 y 6</p> <p>$1/3 + 1/5 + 1/6 = \frac{10 + 6 + 5}{30} = \frac{21}{30}$</p> <p>$5670 : 21 = 270$ $270 \cdot 10 = \mathbf{2700}$</p> <p>$270 \cdot 6 = \mathbf{1620}$ $270 \cdot 5 = \mathbf{1350}$</p>
Mezclas y aleaciones	<p>Mezclar distintas cantidades de productos, de distintos precios.</p> <p>La ley de una aleación es la relación entre el peso del metal más valioso y el peso total.</p>	<p>Una joya que pesa 245 g y contiene 195 g de plata, su ley es: $\frac{195}{245} = 0,795$</p>
Interés simple y compuesto	El interés es el beneficio que se obtiene al depositar un capital en una entidad financiera a un determinado tanto por ciento durante un tiempo	<p>$C = 3600$; $r = 4,3 \%$; $t = 8$ años</p> <p>$I = \frac{3600 \cdot 4,3 \cdot 8}{100} = 1238,4 \text{ €}$</p>

EJERCICIOS Y PROBLEMAS.

1. Copia en tu cuaderno, calcula la razón de proporcionalidad y completa la tabla de proporcionalidad directa:

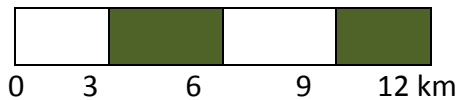
litros	6,25		0,75	1,4	
euros		15	2,25		4,5

2. Con 76 € hemos pagado 12,5 m de tela, ¿cuánto nos costarán 22,5 m?
3. Cada semana pagamos 82 € en transporte. ¿Cuánto gastaremos los meses de junio y julio?
4. Para tapizar cinco sillas he utilizado 2,3 m de tela, ¿cuántas sillas podré tapizar con la pieza completa de 23 m?
5. Un camión ha transportado en 3 viajes 220 sacos de patatas de 24 kg cada uno. ¿Cuántos viajes serán necesarios para transportar 550 sacos de 30 kg cada uno?
6. Una edición de 350 libros de 210 páginas cada uno alcanza un peso total de 70 kg. ¿Cuántos kg pesará otra edición de 630 libros de 140 páginas cada uno?
7. Sabiendo que la razón de proporcionalidad directa es $\frac{A}{B} = 1,8$, copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla:

Magnitud A	12,6			4,14	
Magnitud B		9	0,1		2,7

8. El modelo de teléfono móvil que costaba 285 € + IVA está ahora con un 15 % de descuento. ¿Cuál es su precio rebajado? (IVA 21 %)
9. Por retrasarse dos meses en el pago de una deuda de 1520 €, una persona debe pagar un recargo del 12 %, ¿cuánto tiene que devolver en total?
10. ¿Qué tanto por ciento de descuento se ha aplicado en una factura de 1820 € si finalmente se pagaron 1274 €?
11. Al comprar un televisor he obtenido un 22 % de descuento, por lo que al final he pagado 483,60 €, ¿cuál era el precio del televisor sin descuento?
12. Por liquidar una deuda de 3500 € antes de lo previsto, una persona paga finalmente 3080 €, ¿qué porcentaje de su deuda se ha ahorrado?
13. El precio de un viaje se anuncia a 907,50 € IVA incluido. ¿Cuál era el precio sin IVA? (IVA 21 %)
14. ¿Qué incremento porcentual se ha efectuado sobre un artículo que antes valía 38 € y ahora se paga a 47,12 €?
15. Un mapa está dibujado a escala 1:700000. La distancia real entre dos ciudades es 21 km. ¿Cuál es su distancia en el mapa?
16. La distancia entre Oviedo y Coruña es de 340 km. Si en el mapa están a 10 cm, ¿cuál es la escala a la que está dibujado?

17. Interpreta la siguiente escala gráfica y calcula la distancia en la realidad para 21 cm.



18. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla:

Tamaño en el dibujo	Tamaño real	Escala
24 cm largo y 5 cm de ancho		1:25000
6 cm	15 km	
	450 m	1:30000

19. Copia en tu cuaderno, calcula la razón de proporcionalidad inversa y completa la tabla:

Magnitud A	4	7,5		3,6	
Magnitud B		12	0,18		10

20. ¿Qué velocidad debe llevar un automóvil para recorrer en 4 horas cierta distancia si a 80 km/h ha tardado 5 horas y 15 minutos?

21. La razón de proporcionalidad inversa entre A y B es 5,4. Copia en tu cuaderno y completa la tabla siguiente:

A	18		9		10,8
B		0,03		2,7	

22. En la granja se hace el pedido de forraje para alimentar a 240 vacas durante 9 semanas. Si el granjero vende 60 vacas, a) ¿cuántas semanas le durará el forraje? b) ¿Y si en lugar de vender, compra treinta vacas? c) ¿Y si decide rebajar la ración una cuarta parte con las 240 vacas?

23. Con doce paquetes de 3,5 kg cada uno pueden comer 80 gallinas diariamente. Si los paquetes fueran de 2 kg, ¿cuántos necesitaríamos para dar de comer a las mismas gallinas?

24. Determina si las dos magnitudes son directa o inversamente proporcionales y completa la tabla en tu cuaderno:

A	24	8	0,4	6		50
B	3	9	180		20	

25. Si la jornada laboral es de 8 horas necesitamos a 15 operarios para realizar un trabajo. Si rebajamos la jornada en media hora diaria, ¿cuántos operarios serán necesarios para realizar el mismo trabajo?

26. En un almacén se guardan reservas de comida para 80 personas durante 15 días con 3 raciones diarias, ¿cuántos días duraría la misma comida para 75 personas con 4 raciones diarias?

27. Diez operarios instalan 3600 m de valla en 6 días. ¿Cuántos días tardarán 12 operarios en instalar 5040 m de valla?

28. En un concurso el premio de 168000 € se reparte de forma directamente proporcional a los puntos conseguidos. Los tres finalistas consiguieron 120, 78 y 42 puntos. ¿Cuántos euros recibirán cada uno?
29. Repartir 336 en partes directamente proporcionales a 160, 140, 120.
30. Un trabajo se paga a 3120 €. Tres operarios lo realizan aportando el primero 22 jornadas, el segundo 16 jornadas y el tercero 14 jornadas. ¿Cuánto recibirá cada uno?
31. Repartir 4350 en partes inversamente proporcionales a 18, 30, 45.
32. Cinco personas comparten un microbús para realizar distintos trayectos. El coste total es de 157,5 € más 20 € de suplemento por servicio nocturno. Los kilómetros recorridos por cada pasajero fueron 3, 5, 7, 8 y 12 respectivamente. ¿Cuánto debe abonar cada uno?
33. Se ha decidido penalizar a las empresas que más contaminan. Para ello se reparten 2350000 € para subvencionar a tres empresas que presentan un 12 %, 9 % y 15 % de grado de contaminación. ¿Cuánto recibirá cada una?
34. Mezclamos 3 kg de almendras a 14 €/kg, 1,5 kg de nueces a 6 €/kg, 1,75 kg de anacardos a 18 €/kg. Calcula el precio final del paquete de 250 g de mezcla de frutos secos.
35. Calcula el precio del litro de zumo que se consigue mezclando 8 litros de zumo de piña a 2,5 €/l, 15 litros de zumo de naranja a 1,6 €/l y 5 litros de zumo de uva a 1,2 €/l. ¿A cuánto debe venderse una botella de litro y medio si se le aplica un aumento del 40 % sobre el precio de coste?
36. Para conseguir un tipo de pintura se mezclan tres productos 5 kg del producto X a 18 €/kg, 19 kg del producto Y a 4,2 €/kg y 12 kg del producto Z a 8 €/kg. Calcula el precio del kg de mezcla.
37. Un lingote de oro pesa 340 g y contiene 280,5 g de oro puro. ¿Cuál es su ley?
38. ¿Cuántos gramos de oro contiene una joya que se ha formado con una aleación de 60 g de 0,950 de ley y 20 g de 0,750 de ley?
39. ¿Qué capital hay que depositar al 3,5 % de rédito en 5 años para obtener un interés simple de 810 €?
40. ¿Cuál es el capital final que se recibirá por depositar 25400 € al 1,4 % en 10 años?
41. ¿Cuántos meses debe depositarse un capital de 74500 € al 3 % para obtener un interés de 2980 €?
42. Al 3 % de interés compuesto durante 5 años un capital se ha convertido en 69556,44 €. ¿De qué capital se trata?

AUTOEVALUACIÓN

1. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad directa son:

A	8	0,75		4,5	100
B		15	6		

a) 160; 0,3; 90; 2000 b) 16, 3, 90, 200 c) 160, 3, 9, 20

2. Con 450 € pagamos los gastos de gas durante 8 meses. En 30 meses pagaremos:

a) 1850 € b) 1875 € c) 1687,5 €

3. Un artículo que costaba 1600 € se ha rebajado a 1400 €. El porcentaje de rebaja aplicado es:

a) 12,5 % b) 14 % c) 15,625 % d) 16,25 %

4. Para envasar 360 litros de agua, ¿cuántas botellas necesitaremos si queremos utilizar envases de tres cuartos de litro?

a) 440 botellas b) 280 botellas c) 480 botellas d) 360 botellas

5. Tres agricultores se reparten los kilogramos de la cosecha de forma proporcional al tamaño de sus parcelas. La mayor, que mide 15 ha recibe 24 toneladas, la segunda es de 10 ha y la tercera de 8 ha recibirán:

a) 16 t y 5 t b) 12,8 t y 16 t c) 16 t y 12,8 t d) 16 t y 11 t

6. La escala a la que se ha dibujado un mapa en el que 3,4 cm equivalen a 1,02 km es:

a) 1:34000 b) 1:3000 c) 1:30000 d) 1:300

7. Con 4 rollos de papel de 5 m de largo, puedo forrar 32 libros. ¿Cuántos rollos necesitaremos para forrar 16 libros si ahora los rollos de papel son de 2 m de largo?

a) 3 rollos b) 5 rollos c) 4 rollos d) 2 rollos

8. El precio final del kg de mezcla de 5 kg de harina clase A, a 1,2 €/kg, 2,8 kg clase B a 0,85 €/kg y 4 kg clase C a 1 €/kg es:

a) 1,12 € b) 0,98 € c) 1,03 € d) 1,5 €

9. La ley de una aleación es 0,855. Si el peso de la joya es 304 g, la cantidad de metal precioso es:

a) 259,92 g b) 255,4 g c) 248,9 g d) 306 g

10. A 2 % de interés compuesto, durante 6 años, 14500 € se habrán convertido en:

a) 16225,35 € b) 16329,35 € c) 15632,35 € d) 14550 €